PROBLEMA TRANSPORTULUI DE ENERGIE SUB TENSIUNI FOARTE INALTE *)

I. GH. LAZARESCU

Inginer la Soc. de Gaz şi Electricitate din Bucureşti

Pentru linii cu constante medii uniform distribuite, linii cari să nu prezinte discontinuitate pentru tensiune sau curent, am stabilit ecuaţiile:

$$\text{I}\left\{\begin{aligned} I &= A.e^{\alpha x} e^{j\beta x} + Be^{-\alpha x}.e^{-j\beta x} \\ V &= Z(Ae^{\alpha x}.e^{j\beta x} - Be^{-\alpha x}.e^{-j\beta x}) \end{aligned}\right.$$

cari — ţinând seama de expresiile constantelor A şi B, — se mai pot scrie:

$$\text{I}'\left\{\begin{aligned} I &= I_2 \cosh mx + \frac{1}{z} V_2 \sinh mx. \\ V &= V_2 \cosh mx + Z.I_2 \sinh mx \end{aligned}\right.$$

unde, după cum ştim,

$$m = \alpha + j\beta.$$

Fie că urmărim soluţiile exacte ale acestor ecuaţii, fie că ne mulţumim numai cu rezultate aproximative, deosebim două moduri de calcul: *a)* analitic, *b)* grafic.

Metode exacte de calcul analitic

Calculul se poate face direct cu ecuaţiile I sau I′, prin ajutorul tabelelor de funcţiuni hiperbolice, de ex. ale lui Keneley, — cari însă sunt foarte puţin răspândite.

S'au făcut multe încercări de a se găsì formule mai simple pentru calcul. — Astfel:

Breitfeld întrebuinţează procedeul lui Rössler şi, prin gruparea convenabilă a termenilor, dă ecuaţiilor I o expresie

*) Urmare la articolul publicat în B. S P., XLI, No. 10, 1927.

foarte simplă ca formă, care însă impune calcule cu cantități complexe și conține unele constante — precum rezistența aparentă a liniei — în gol și în scurt circuit, — a căror evaluare este o problemă specială, pe care nu o poate rezolva mulțumitor practicește, decât în cazul ce nu interesează, al transmisiunii prin cablu subteran.

P. H. Thomas transformă ec. I folosind relațiile cunoscute:

$$A e^{j\varphi} = A \sin (\omega t + \varphi)$$

și obține pentru tensiune și curent formule ce nu cuprind cantități complexe, cari prezintă însă desavantajul că dau numai valorile instantanee.

Mărimile eficace — singurele cari interesează — se obțin adunând geometric valorile instantanee pentru $\omega t = 0$ și $\omega t = \frac{\pi}{2}$ — vectori perpendiculari — ceeace conduce la formule lungi și greoaie.

In general, cea mai mare parte dintre acei ce s'au ocupat cu problema transportului de energie, au fugit dela început de expresiile cu cantități complexe și au dat formule fie deduse direct din ec. I prin desvoltări în serie — ceeace conduce la soluții numai aproximative, fie stabilite pe alte căi decât ec. I. — Astfel:

D-l Boucherot tratează problema prin metoda separației puterilor: active și reactive și stabilește formule pur aritmetice, în cari se pot urmări ușor fenomenele electrice – R. G. E. 7 X. 1922. Aceste formule nu prezintă însă nici un interes practic pentru calcul, având o formă prea complicată și în care excelează termenii exponențiali e^{a}, pe cari inginerul nu-i poate calculà cu rigla — $a < 1$ — și pe cari nici nu-i găsește direct, în aides — memoire-le obișnuite.

E preferabil să se desvolte ec. I — cum am procedat și la calculul undelor directe sau reflectate, — căci transformările și combinarea expresiilor cu cantități complexe, oricâte greutăți ar oferì, conduc la formule simple, cu cari se poate calculà relativ ușor.

Astfel, vom substituì, în ec. I, expresiile termenilor A și B — scrise sub forma simplă $a \pm bj$, proprie calculelor, cu cantități complexe.

Am avut: B. S. P. XLI No. 10, pag. 378.

$$A = \frac{1}{2}(I_2 + \frac{1}{z}V_2), \quad B = \frac{1}{2}(I_2 - \frac{1}{z}V_2)$$

unde:

$$\frac{1}{z} = p - jq$$

$$z = a_1 - ja_2$$

p şi *q* având expresiile indicate mai înainte; şi, întrucât am luat ca origine a fazelor, faza tensiunii la receptor, avem încă:

$$I_2 = I'_2 \mp jI''_2$$

$$V_2 = V_2$$

Ecuaţiile I devin prin substituţie:

$$I_x = \frac{1}{2}[I'_2 \mp jI''_2 + (p - jq)V_2] e^{\alpha x} e^{j\beta x} + \frac{1}{2}[I'_2 \mp jI''_2 - (p - jq)V_2] e^{-\alpha x} e^{-j\beta x}.$$

şi cum:

$$e^{j\beta x} = \cos\beta x + j\sin\beta x$$

$$e^{-j\beta x} = \cos\beta x - j\sin\beta x$$

rezultă:

$$I_x = \tfrac{1}{2}[I'_2 \mp jI''_2 + pV_2 - jqV_2] e^{\alpha x}[\cos\beta x + j\sin\beta x)$$
$$+ \tfrac{1}{2}[I'_2 \mp jI''_2 - pV_2 + jqV_2] e^{-\alpha x}(\cos\beta x - j\sin\beta x).$$

Grupând convenabil, avem:

$$I_x = \tfrac{1}{2}I'_2 \cos\beta x(e^{\alpha x} + e^{-\alpha x}) + \tfrac{1}{2}I'_2 j\sin\beta x(e^{\alpha x} - e^{-\alpha x})$$
$$\mp \tfrac{1}{2}I''_2 \cos\beta x(e^{\alpha x} + e^{-\alpha x}) \pm \tfrac{1}{2}I''_2 \sin\beta x(e^{\alpha x} - e^{-\alpha x})$$
$$+ \tfrac{1}{2}pV_2 \cos\beta x(e^{\alpha x} - e^{-\alpha x}) + \tfrac{1}{2}jpV_2 \sin\beta x(e^{\alpha x} + e^{-\alpha x})$$
$$- \tfrac{1}{2}jqV_2 \cos\beta x(e^{\alpha x} - e^{-\alpha x}) + \tfrac{1}{2}qV_2 \sin\beta x(e^{\alpha x} + e^{-\alpha x}).$$

Separând termenii reali de cei imaginari şi însemnând constantele liniei:

$$K_1 = \tfrac{1}{2}(e^{\alpha x} + e^{-\alpha x})\cos\beta x = \cosh\alpha x \cos\beta x.$$

$$K_2 = \tfrac{1}{2}(e^{\alpha x} - e^{-\alpha x})\cos\beta x = \sinh\alpha x \cos\beta x.$$

$$K_3 = \tfrac{1}{2}(e^{\alpha x} + e^{-\alpha x})\sin\beta x = \cosh\alpha x . \sin\beta x.$$

$$K_4 = \tfrac{1}{2}(e^{\alpha x} - e^{-\alpha x})\sin\beta x = \sinh\alpha x . \sin\beta x.$$

— expresii ce se pot calculà uşor cu rigla, valorile funcţiunilor hiperbolice şi circulare putând fi găsite în Hütte, — obţinem formula pentru calculul curentului:

$$\text{II} \quad I_x = [K_1 I'_2 \pm K_4 I''_2 + K_2 p V_2 + K_3 q V_2] + j[K_4 I'_2 \mp K_1 I''_2 - K_2 q V_2 + K_3 p V_2]$$

In mod analog găsim:

$$\text{II} \quad V_x = [K_1 V_2 + K_2 (a_1 I'_2 \mp a_2 I''_2) + K_3 (a_2 I'_2 \pm a_1 I''_2)] + \\ + j[K_4 V_2 + K_2 (\mp a_1 I''_2 - a_2 I'_2) + K_5 (a_1 I'_2 \mp a_2 I''_2)]$$

In desfăşurarea calculelor, pentru stabilirea formulei lui V, trebuie ţinut seama că avem:

$$p a_1 - q a_2 = 1.$$

$$q a_1 + p a_2 = 0.$$

relaţii ce se pot verificà uşor, substituind valorile lui a_1, a_2, p şi q, date mai sus.

In formulele stabilite, semnul superior convine — după cum rezultă din cele de mai sus, — pentru cazul când la receptor curentul este decalat înapoia tensiunii, iar semnul inferior pentru cazul că acest decalaj este înaintea tensiunii.

Formulele II fiind de forma $A = a \pm jb$, — axă a absciselor fiind luat vectorul ce reprezintă tensiunea la receptor, — au marele avantaj de a da imediat — fără calcule cu formule noui, faza tensiunii sau a curentului, deci şi decalajul lor, în fiecare punct al liniei, — astfel încât odată calculate valorile lui V_x şi I_x, putem deduce imediat şi randamentul transmisiei.

Se poate merge şi mai departe cu transformările ecuaţiilor rezultate.

D-l Paul Mahlke *) porneşte dela ec. II şi continuând transformările, determină valoarea absolută a celor doi vectori: $V_x = V'_x + jV''_x$ şi $I_x = I'_x + jI''_x$, stabilind formulele:

$$V_x^2 = \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{G^2 + C^2 \omega_2}} \sqrt{m_1^2 + n_1^2} \left\{ \cosh\left(2\alpha x + \text{arc tgh} \frac{m}{n}\right) \pm \cos\left(2\beta x + \text{arc tg} \frac{m_1}{\pm n_1}\right) \right\}$$

*) Lucrarea citată.

$$I_x^2 = \frac{1}{2}\,\frac{1}{\sqrt{G^2+C^2\omega^2}}\sqrt{m_1{}^2+n_1{}^2}\left\{\cosh\left(2\,\alpha x+\operatorname{arctgh}\frac{m}{n}\right)\mp\cos\left(2\,\beta x+\operatorname{arc\,tg}\frac{m_1}{\pm n_1}\right)\right\}$$

unde:

$m = 2\,V_2\,I_2(\delta\sin\varphi_2+\gamma\cos\varphi_2)$

$m_1 = 2\,V_2\,I_2(\gamma\sin\varphi_2-\delta\cos\varphi_2)$

$n = \sqrt{G^2+C^2\omega^2}\;V_2^2+\sqrt{R^2+L^2\omega^2}\,I_2^2$

$n_1 = \sqrt{G^2+C^2\omega^2}\;V_2^2-\sqrt{R^2+L^2\omega^2}\,I_2^2$

$\alpha = \sqrt{\tfrac{1}{2}\left(\sqrt{(R^2+L^2\omega^2)(G^2+C^2\omega^2)}+GR-CL\omega^2\right)}$

$\beta = \sqrt{\tfrac{1}{2}\left(\sqrt{(R^2+L^2\omega^2)(G^2+C^2\omega^2)}-GR+CL\omega^2\right)}$

} aceleași ca și în calculele noastre

$\gamma = \sqrt{\tfrac{1}{2}\left(\sqrt{(R^2+L^2\omega^2)(G^2+C^2\omega^2)}+GR+CL\omega^2\right)}$

$\delta = \sqrt{\tfrac{1}{2}\left(\sqrt{(R^2+L^2\omega^2)(G^2+C^2\omega^2)}-GR-CL\omega^2\right)}$

De asemenea, pentru unghiul vectorilor $V_x = V'_x + jV''_x$ și $I_x = I'_x + jI''_x$, stabilește formula:

$$tg\varphi_x = \frac{\delta\sinh\left(2\alpha x+\operatorname{arc\,tg}\frac{m}{n}\right)\pm\gamma\sin\left(2\beta x+\operatorname{arc\,tg}\frac{m_1}{n_1}\right)}{\gamma\sinh\left(2\alpha x+\operatorname{arc\,tg}\frac{m}{n}\right)\mp\gamma\sin\left(2\beta x+\operatorname{arc\,tg}\frac{m_1}{n_1}\right)}$$

Dacă pentru tensiune și curent, calculele cu aceste ecuații sunt prea lungi, apoi pentru defazaj ele sunt plictisitor de greoaie.

Formulele D-lui Mahlke nu constituie un procedeu ușor de calcul, însă prin aspectul lor concentrat, oferă simplu și foarte elegant imaginea curbelor de propagare a undelor electrice în lungul liniei.

In ceeace ne privește, credem că dintre formulele exacte de calcul analitic, sunt de preferat formulele II, a căror aplicare nu cere mai multă muncă decât de ex. calculul secțiunii conductorilor într'o rețea electrică buclată, sau calculul eforturilor în fire, la suspensiuni cu reazeme denivelate.

Vom urmărì aplicarea ec. II, la calculul transmisiunii pe linia Chancy-Pougny-Jeanne-Rose, luată ca exemplu.

Vom considerà următoarele regimuri de funcţionare:

a) Linia în gol.

b) Linia în scurt circuit.

c) Linia în sarcină cu $\cos\varphi = 0{,}8$.

d) Linia în sarcină cu $\cos\varphi = 1$

şi, pentru fiecare din ele vom calculà tensiunea, intensitatea, etc.

Lungimea liniei existente este de 161 km. Pentru calcule, am socotit însă o lungime de linie de 500 km.

Până la 200 km. am calculat valorile mărimilor de mai sus, pentru puncte ale liniei depărtate din 50 în 50 km. Dela 200 km. înainte, am calculat pentru puncte depărtate cu câte 100 km.

Vom urmări aplicarea formulelor, după cum este natural, numai în câteva puncte, şi vom indicà în tablouri şi curbe, rezultatele tuturor calculelor.

Este necesar să precizăm, dela început, că pentru regimurile în sarcină, am considerat că avem de transportat 35.000 K.V.A. la receptor — oricare ar fi decalajul acestuia.

35.000 K.V.A. este puterea pentru care s'a construit linia.

Pentru regimul în gol, caşi pentru cele de sarcină, am admis la receptor tensiunea 120.000 volţi între faze, — aceasta fiind tensiunea de funcţionare a liniei.

In ceeace priveşte regimul de scurt circuit, problema are două laturi. Astfel:

1. Se pot cere valorile tensiunii şi intensităţii, în lungul liniei, în caz de scurt circuit într'un anume punct al său.

2. Sau, se caută ce valori trebuie să aibă tensiunea şi intensitatea, în lungul liniei, şi'n special, la generator, astfel încât la receptor — în caz de scurt circuit —, intensitatea să nu depăşească valorile dela funcţionarea normală.

Pentru cazul (1). tensiunea şi intensitatea în lungul liniei depind de locul unde s'a produs scurt-circuit, de valoarea tensiunii şi intensităţii în momentul de scurt-circuit, de felul acestui scurt-circuit, de construcţia liniei, — dacă linia are sau nu neutru la pământ —,... şi chiar de felul cum e construit generatorul şi receptorul.

Problema este mai complicată în acest caz și iese din cadrul preocupărilor noastre actuale.

In general, în problema transportului la distanță, ca regim de scurt-circuit, se studiază cazul 2, și se caută valorile tensiunii și intensității la generator, când receptorul are toate fazele la pământ, astfel ca acì intensitatea să nu depășiască în nici un caz valorile din mers normal.

In studiul nostru, vom presupune la receptorul în scurt circuit, intensitatea corespunzătoare mersului în sarcină cu 35.000 KVA sub 120.000 volți și $\cos\varphi = 0{,}8$.

a) Calculul transmisiunii, pentru linia în gol.

Date: $V_2 = \frac{120.000}{\sqrt{3}} = 69.500$ volți; $I'_2 = 0$ $I''_2 = 0$.

Formulele de aplicat:

$$\begin{cases} I_x = [K_1 I'_2 \pm K_4 I_2'' + K_2 p V_2 + K_3 q V_2] \\ \quad + j[K_4 I'_2 \mp K_1 I_2'' - K_2 q V_2 + K_3 p V_2] \\ V_x = [K_1 V_2 + K_2(a_1 I'_2 \mp a_2 I''_2) + K_3(a_2 I'_2 \pm a_1 I''_2) \end{cases}$$

$$+ j]K_4 V_2 + K_2(\mp a_1 I''_2 - a_2 I'_2) + K_3(a_1 I'_2 \mp a I''_2)]$$

devin prin substituție:

$$I_x = (K_2 p V_2 + K_3 q V_2 + j(-K_2 q V_2 + K_3 p V_2)$$

$$V_x = K_1 V_2 + j K_4 V_2.$$

și, întrucât la linia aceasta avem:

$$\alpha = 0{,}203.10^{-3}, \qquad \beta = 1{,}096.10^{-3},$$

(B. S. P. XLI No. 10 pag. 380).

Pentru $x = 50 Km$, găsim:

$$\alpha x = 0{,}203.10^{-3}.\ 50 = 0{,}0101$$

$\beta x = 1{,}096.10^{-3}.\ 50 = 0{,}0548$ radiani — corespunzând la $3^0 8' 23'',3$

astfel încât — vezi Hütte — avem:

$$\cosh \alpha x = 1{,}0001 \qquad \cos \beta x = 0{,}9985$$

$$\sinh \alpha x = 0{,}0100 \qquad \sin \beta x = 0{,}0548.$$

și deci rezultă:

$K_1 = 0{,}9986$ $\quad$ $K_3 = 0{,}0548$

$K_2 = 0{,}01$ $\quad$ $K_4 = 0{,}0006$

Cum mai înainte, — pag. 381, art. citat, — am calculat:

$$p = \frac{\alpha G + \beta c\omega}{\alpha^2 + \beta^2} = 2{,}527.10^{-3} \qquad q = \frac{\beta G - \alpha C\omega}{\alpha^2 + \beta^2} = -0{,}441.10^{-}$$

$$a_1 = \frac{\alpha G + \beta C\omega}{G^2 + C\omega^2} = 384{,}046. \qquad a_2 = \frac{\alpha C^2\omega\beta - G}{G^2 + c^2\omega^2} = 67{,}035.$$

obținem:

$$I_{50} = [0{,}01.2{,}527.10^{-3}.69500 - 0{,}0548.0{,}441.10^{-3}.69500]$$

$$+ j[0{,}01.0{,}441.10^{-3}.69500 + 0{,}0548.2{,}527.10^{-3}.69500]$$

$$V_{50} = 0{,}9986.69500 + j.0{,}0006.69500.$$

și, efectuând calculele, găsim pentru tensiune și intensitate:

$$I_{50} = 0{,}08 + 9{,}93j = 9{,}93\ \text{A}.$$

$$V_{50} = 69403 + 42j = 69403\ \text{V}$$

iar pentru decalajul între tensiune și curent, avem:

$$tg\varphi_{i\,50} = \frac{I''_{50}}{I'_{50}} = \frac{9{,}93}{0.08} = 124{,}125 \text{ sau } \varphi_{i\,50} = 89^\circ 31' 39'',9.$$

$$tg\varphi_{u\,50} = \frac{V''_{50}}{V'_{50}} = \frac{42}{69403} = 0{,}0006 \text{ sau } \varphi_{u\,50} = 0^\circ 2' 3'', 7.$$

Și, întrucât fazele ambilor vectori sunt pozitive, decalajul se obține făcând diferența:

$$\varphi_{50} = 89^\circ 31' 39'',9 - 0^\circ 2' 3'',8 = 89^\circ 29' 36'',2$$

căruia îi corespunde $\cos\varphi_{50} = 0{,}00885.$

Puterea în punctul $x = 50$, este:

$$P_{50} = 3V.I\cos\varphi = 3.69403.9{,}92.0{,}00885 = 18\ \text{kw}$$

Randamentul transmisiunii este:

$$\rho = \frac{Po}{P_{50}} = \frac{o}{18} = 0.$$

Căderea de tensiune pe această porţiune de linie este:

$$\Delta V = \frac{69403 - 69500}{69403} = -0{,}14\%.$$

Fenomenul acesta, de a aveà o cădere de tensiune negativă, — tensiunea la receptor mai mare decât la generator, — este cunoscut sub denumirea «Efectul Ferranti» şi se poate explica uşor din curbele reprezentative ale transmisiunii.

Continuând calculele şi pentru alte puncte de pe linie, putem întocmi tabloul de mai jos — pentru linia funcţionând în gol:

x / km	I / Amperi	V / Volţi	$\cos\varphi$	Sarcina / kw	rand. transm. / $\rho = \frac{P_0}{P_x}$	Curentul	Căderea de tens. / $\frac{V_x - V}{V_x}$
0	0	69500	0,00000	0	0		
50	9,92	69403	0,00885	18	0	inaintea tens.	—0,14%
100	19,8	69096	0,01251	51,5	0	»	—0,5 %
150	29,6	68600	0,01055	65	0		—1 %
200	39,4	67900	0,01392	112	0	»	—2,4 %
300	58,6	66000	0,02479	288	0	»	—5,3 %
400	77	63200	0,04000	—	0	»	—9,1 %
500	95	61000	0,05568	—	0	»	—12,2%

b) Calculul transmisiunii pentru linia în scurt circuit

Date: $V_2 = 0$ $I_2 = 167{,}87$ $\cos\varphi_2 = 0{,}8$ $I'_2 = 134{,}29$ $I''_2 = 100{,}72$

Formulele de aplicat:

$$\text{II}\begin{cases} I_x = [K_1 I'_2 \pm K_4 I''_2 + K_2 p V_2 + K_3 q V_2] \\ \quad + j[K_4 I''_2 \mp K_1 I''_2 - K_2 q V_2 + K_3 p V_2] \\ V_x = [K_1 V_2 + K_2(a_1 I'_2 \mp a_2 I''_2) + K_3(a_2 I'_2 \pm a_1 I''_2)] \end{cases}$$

$$+ j[K_4 V_2 + K_2(\mp a_1 I''_2 - a_2 I'_2) + K_3(a_1 I'_2 \mp a_2 I''_2)]$$

devin în acest caz:

$$I_x = [K_1 I'_2 \pm K_4 I''_2] + j[K_4 I'_2 \mp K_1 I''_2]$$

$$V_x = K_2(a_1 I'_2 \mp a_2 I''_2) + K_3(a_2 I'_2 \pm a_1 I''_2)$$

$$+ j[K_2(\mp a_1 I''_2 - a_2 I''_2) + K_3(a_1 I'_2 \mp a_2 I''_2)]$$

Pentru $x=100$ *km*, găsim:

$\alpha x=0{,}203.10^{-3}.100=0{,}0203.$

$\beta x=1{,}096.10^{-3}.100=0{,}1096$ rad. corespunzând la $6^{0}16'46'',6$.

astfel încât, din Hütte, deducem:

$K_1=\cosh\alpha x.\cos\beta x=0{,}9942$ $K_3=\cosh\alpha x.\sin\beta x=0{,}1094$

$K_2=\sinh\alpha x.\cos\beta x=0{,}0202$ $K_4=\sinh\alpha x\sin\beta x=0{,}0022$

ţinând seama că avem şi:

$p=\ 2{,}527.10^{-3}.$ $a_1=384{,}046.$

$q=-0{,}441.10^{-3}$ $a_2=\ 67{,}035.$

Ec. II devin prin substituţie:

$$I_{100}=(0{,}9942.134{,}29+0{,}0022.100{,}72)$$
$$+j(-0{,}9942.100{,}72+0{,}0022.134{,}29)$$

$$V_{100}=0{,}0202(384{,}046.134{,}29-67{,}035.100{,}72)+$$
$$+0{,}1094(67{,}035.134{,}29+384{,}046.100{,}72)+$$
$$+j[0{,}0202(-384{,}046.100{,}72-67{,}035.134{,}29)+$$
$$0{,}1094(384{,}046.134{,}29-67{,}035.100{,}72)]$$

şi, efectuând calculele, găsim:

$$I_{100}=133{,}73-99{,}84j=167\text{ A}$$

$$V_{100}=6121{,}95+3940{,}30j=7300\text{ V}$$

Pentru decalajul între tensiune şi intensitate avem:

$$tg\ \varphi_{i100}=\frac{-99{,}84}{133{,}73}=0{,}74658 \quad \text{corespunzând la}$$

$$\varphi_{i100}=-36^{0}44'39'',5.$$

$$tg\,\varphi_{u100}=\frac{3940{,}30}{6121{,}95}=0{,}64363 \quad \text{corespunzând la } \varphi_{u100}=32^{0}45'59'',1$$

şi, întrucât faza intensităţii este negativă, iar a tensiuunii este pozitivă, diferenţa de fază este suma unghiurilor găsite, adică:

$$\varphi_{100}=69^{0}30'38'',6. \quad \cos\varphi=0{,}35003.$$

Puterea consumată în punctul $x=100$ km. este:

$$P_{100}=3.V.I.\cos\varphi=3.\ 7300.\ 167.\ 0{,}35003=1280\text{ kw.}$$

Randamentul transmisiei:

$$\rho = \frac{P_0}{P_{100}} = \frac{0}{1280} = 0.$$

Căderea de tensiune pe această porțiune de linie este:

$$\Delta V = 100\ \%.$$

In mod analog, calculând și pentru celelalte puncte ale liniei, putem întocmi tabloul de mai jos — pentru linia funcționând în scurt circuit:

x	I	V	$\cos\varphi$	Sarcina	Rand.	Curentul	Căderea de tens.
km	amperi	volți		kw	$\rho = \frac{P_0}{P_x}$		$\frac{V_x - V}{V_x}$
0	167^{87}	0	—	0	0		100%
50	167^{70}	3640	0,34654	635	»	in urma tens.	»
100	167	7300	0,35003	1280		»	»
150	166^{30}	10.880	0,35221	1910	»	»	
200	164	14.500	0,35402	2530	»	»	»
300	159,4	21.500	0,36142	3610	»		»
400	152	28.300	0,37267	4820	»	»	
500	144,2	34.700	0,38831	5840			»

c). Linia în sarcină, transportând 35.000 KWA sub $\cos\varphi = 0{,}8$.

Formulele II:

$$V_x = [K_1 V_2 + K_2 (a_1 I'_2 \mp a_2 I''_2 + K_3 (a_2 I'_2 \pm a_1 I''_2)] +$$
$$+ j [K_4 V_2 + K_2 (\mp a_1 I''_2 - a_2 I'_2) + K_3 (a_1 I'_2 \mp a_2 I'')].$$
$$I_x = [K_1 I'_2 \pm K_4 I''_2 + K_2 p V_2 + K_3 q V_2] +$$
$$+ j [K_4 I'_2 \mp K_1 I_2'' - K_2 q V_2 + K_3 p V_2].$$

sunt sume de termeni simpli în V_2 și I_2.

Când am calculat starea de gol, am făcut $I_2 = 0$; iar pentru starea de scurt circuit am făcut $V_2 = 0$ și cum am luat pentru I'_2 și I''_2 valorile de sarcină, când se transmite sub 120.000 volți și $\cos\varphi = 0{,}8$, 35.000 KVA, rezultă că, a calcula cu formulele II starea de sarcină cu transportul a 35.000 KVA

sub 120.000 volți și $\cos\varphi = 0,8$, înseamnă de fapt a aduna rezultatele obținute mai înainte pentru mersul în gol și în scurt circuit.

Analitic, putem aduna sumele de forma $a \pm bj$, ce reprezintă curentul și tensiunea de gol și de scurt circuit.

Găsim astfel următoarele valori pentru linia transportând 35000 KVA sub $\cos\varphi = 0,8$:

x km	I amperi	V volți	$\cos\varphi$	Sarcina kw	Rand. $\rho = \frac{Po}{Px}$	Curentul	Căderea de tens. $\frac{Vx - V}{Vx}$
0	167^{87}	69500	0,80000	28.000	100 %	inapoia tens.	0 %
50	161^{93}	72500	0,81303	28.600	98 %	»	4,1%
100	155^{97}	75315	0,82561	29.200	96,5%	»	7,7%
150	150^{50}	78000	0,84814	29.700	94 %	»	11 %
200	144	80500	0,86930	30.200	93 %	»	13 %
300	134	84600	0,91557	31.000	90 %	»	17,9%
400	125^{9}	88500	0,96039	32.000	87,5%	»	21,5%
500	120^{5}	92500	0,99193	33.100	84,5%	»	24,9%

Observația că *la transport de energie, starea de regim este suprapunerea celor două stări: de gol și de scurt circuit (curentul având acelaș decalaj ca și în regimul ce dorim să calculăm) constitue teorema D-lui Blondel* și este folosită des în special la metodele grafice de calcul.

d) Cazul liniei în sarcină, transportând 35.000 KVA sub $\cos\varphi = 1$

Vom urmări, de data aceasta, calculul cu formulele II desvoltate:

$$\text{II}\quad\begin{cases} I_x = [K_1 I'_2 \pm K_4 I''_2 + K_2 p V_2 + K_3 q V_2] + \\ \quad + j[K_4 I'_2 \mp K_1 I''_2 - K_2 q V_2 + K_3 p V_2] \\ V_x = [K_1 V_2 + K_2(a_1 I'_2 \mp a_2 I''_2) + K_3(a_2 I'_2 \pm a_1 I''_2)] + \\ \quad + j[K_4 V_2 + K_2(\mp a_1 I''_2 - a_2 I'_2) + K_3(a_1 I'_2 \mp a_2 I''_2)]. \end{cases}$$

și anume, calculând pentru punctul $x = 150$ km.

Avem:

$$\alpha x = 0{,}203.10^{-3}.150 = 0{,}0305$$

$$\beta x = 1{,}096.10^{-3}.150 = 0{,}1644 \text{ rad. corespunzând la}$$

$$\frac{360.\beta x}{2\pi} = 9^0 25' 9'', 9.$$

şi din Hütte deducem:

$$\cosh \alpha x = 1{,}0005 \qquad \cos \beta x = 0{,}98652$$

$$\sinh \alpha x = 0{,}0305 \qquad \sin \beta x = 0{,}16336$$

deci rezultă:

$$K_1 = \cosh \alpha x . \cos \beta x = 0{,}9870 \qquad K_3 = \cosh \alpha x \sin \beta x = 0{,}1634$$

$$K_2 = \sinh \alpha x . \cos \beta x = 0{,}0301 \qquad K_4 = \sinh \alpha x \sin \beta x = 0{,}0050.$$

şi cum a_1, a_2, p şi q au valorile cunoscute, formulele II devin:

$$I_{150} = [0{,}9870 . 167^{87} + 0{,}0301 . 2{,}527 . 10^{-3}. 69500 - 0{,}1634 . 0{,}441 . 10^{-3}. 69500] + j[0{,}0301 . 0{,}441 . 10^{-3}.69500 + 0{,}0050 . 167{,}87 + 0{,}1634 . 2{,}527 . 10^{-3}. 69.500].$$

$$V_{150} = [0{,}0301 . 167{,}87 . 384{,}046 + 0{,}9870 . 69500 + 0{,}1634 . 167{,}87 . 67{,}037] + j[-0{,}0301 . 167{,}87 . 67{,}035 + 0{,}1634 . 167{,}87 . 384{,}046 + 0{,}0050 . 69500].$$

Efectuând calculele găsim:

$$I_{150} = 165{,}94 + 30{,}46j = 168{,}9 \text{ A}$$

$$V_{150} = 72376 + 10543j = 73100 \text{ V}$$

Pentru decalaj, între tensiune şi curent, avem:

$$tg\,\varphi_{i150} = \frac{30{,}46}{165{,}94} = 0{,}18356 \qquad \varphi_{i150} = 10^0 24' 5'', 2.$$

$$tg\,\varphi_{u150} = \frac{10543}{72376} = 0{,}14567 \qquad \varphi_{u150} = 8^0 17' 16'', 4.$$

Şi, întrucât ambele faze sunt pozitive, decalajul se obţine făcând diferenţa.

$$\varphi_{150} = 10^0 24' 5'', 2 - 8^0 17' 16'', 4 = 2^0 6' 48'', 8 \qquad \cos \varphi_{150} = 0{,}99932$$

Puterea în punctul 150 este:

$$P_{150} = 3\,V\,I \cos \varphi = 3 . 73100 . 168{,}9 . 0{,}99932 = 37.000 \text{ kw.}$$

Randamentul transmisiei.

$$\rho = \frac{P_0}{P_{150}} = \frac{35.000}{37.000} = 94,7\%$$

Căderea de tensiune.

$$\Delta V = \frac{73.100 - 69500}{73.100} = 4,9\%.$$

Urmând calculele, și în acest caz, și pentru celelalte puncte ale liniei, putem întocmì tabloul :

x km	I amperi	V volți	cos φ	Sarcina kw	Rand. $\rho = \frac{P_0}{P_x}$	Curentul	Căderea de tens. $\frac{V_x - V}{V_x}$
0	167^{87}	69500	1,00000	35000	100%	In afază cu tens.	0 %
50	168	70767	0,99999	35700	98 %	Inaintea tens.	+1,8 %
100	168^{50}	71950	0,99973	36400	96^{30}%	»	+3,41%
150	168^{90}	73100	0,99932	37000	94^{70}%	»	+4,9 %
200	169^{50}	74400	0,99866	37700	92^{80}%	»	+6.6 %
300	171	76400	0,99647	39000	89^{50}%	»	+9,05%
400	173	78400	0,99305	40400	84^{40}%	»	+11,4%
500	177	80000	0,98845	41800	83^{40}%	»	+13,1%

Pentru reprezentarea grafică a rezultatelor cuprinse în tablourile de mai sus, vom întrebuință diagramele polare, cari au avantajul de a face să rezulte imediat decalajul între tensiune și curent, din curbele acestor două mărimi.

Reprezentarea polară este cu atât mai mult indicată, cu cât am obținut în fiece punct al liniei, tensiunea și curentul sub forma $a \pm bj$.

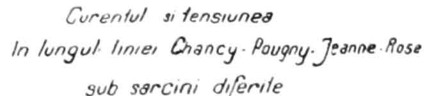


Fig. 1.

Luăm deci în abscise mărimea a, iar în ordonate, mărimea b — în sens potrivit.

Punctul obținut, îl marcăm indicând în km., poziția pe linie, a locului pentru care am calculat mărimile electrice reprezentate.

Vectorii ce unesc cu originea (coordonatelor), punctele curbelor obținute, ne dau mărimea și faza tensiunii, respectiv curentului, în diferitele puncte ale liniei. Vezi fig. 1.

(Va urma).